

O ESTUDO DOS CONCEITOS DE NÚMERO DE OURO, RAZÃO E PROPORÇÃO ÁUREA POR ESTUDANTES DO NONO ANO

Bruno Silva Silvestre¹
Mailde de Amorim Melo Carvalho²
Maria Marta da Silva³

Resumo: O artigo apresenta-se na temática dos processos de ensino-aprendizagem de matemática, especificamente, aborda sobre a apropriação dos conceitos geométricos. Tem-se como questão de pesquisa: quais ações dos estudantes da educação básica sinalizam a apropriação dos conceitos de número de ouro, razão e proporção áurea? Conexo à questão, objetiva-se analisar as ações dos estudantes que indicam a apropriação dos conceitos geométricos relacionados a razão e proporção áurea em uma organização de ensino pautada na Teoria Histórico-Cultural. Utiliza-se o experimento didático como proposta metodológica e o método de Unidade para exposição e análise dos dados. A pesquisa é desenvolvida por dois professores de uma escola da rede privada da cidade de Goiânia-GO, compreendendo doze estudantes do nono ano do ensino fundamental que desenvolvem suas atividades escolares em período integral em um currículo ampliado. A produção dos dados se deu por meio de recortes de diversas produções escritas e orais dos estudantes durante o movimento de estudo em dez quinze com duração de cinquenta minutos cada. Os resultados demonstram que uma organização de ensino à luz dos fundamentos de uma Situação Desencadeadora da Aprendizagem pode oportunizar aos estudantes, não somente, a apropriação dos conceitos de razão e proporção áurea em si, mas para si, ao estabelecer relações do movimento lógico-histórico dos conceitos confluentes à realidade cultural do fazer social humano, na constituição do processo de humanização.

Palavras-chave: Aprendizagem matemática. Razão e Proporção Áurea. Teoria Histórico-Cultural.

NINTH GRADE STUDENTS' STUDY OF THE GOLDEN NUMBER, RATIO, AND GOLDEN RATIO CONCEPTS

Abstract: The article is presented in the theme of teaching-learning processes of mathematics, specifically, it deals with the appropriation of geometric concepts. The research question is: what actions of basic education students indicate the appropriation of the concepts of golden number, golden ratio and golden proportion? Related to the question, the aim is to analyze the students' actions that indicate the appropriation of geometric concepts related to the golden ratio and proportion in a teaching organization based on the Cultural-Historical Theory. The didactic experiment is used as a methodological proposal and the Unit method is used to expose and analyze the data. The research is developed by two teachers of a private school in the city of Goiânia-GO, including twelve students of the ninth year of elementary school that develop their school activities in full time in an extended curriculum. The data production occurred through clippings of several written and oral productions of the students during the study movement in ten classes of fifty minutes each. The results show that an organization of teaching in the light of the foundations of a Learning Triggering Situation can provide students with the opportunity not only to appropriate the concepts of ratio and golden ratio in themselves, but also for themselves, by establishing relationships of the logical-historical movement of the concepts confluent to the cultural reality of the human social making, in the constitution of the humanization process.

KEYWORDS: Mathematical learning. Golden Ratio and Proportion. Cultural-Historical Theory.

¹ Professor de matemática da Secretaria Municipal de Educação e Escola Interamérica. Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG). Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1973974591721665>. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-3530-3522>. E-mail: brunosilvestre.prof@gmail.com

² Professora da Escola Interamérica – Goiânia. Especialista em Matemática em Escolas Internacionais pela AMISA-American International Schools in the Americas. Licenciada em Matemática pela Universidade de Brasília (UNB). Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2251004070991035>. Orcid: <https://orcid.org/0009-0000-7371-2189> E-mail: mailde.carvalho@escolainteramerica.com.br

³ Professora do Programa de Pós-Graduação em Ambiente e Sociedade (PPGAS –Mestrado UEG). Pós-doutoranda em Educação (USP). Doutora e Mestre em Educação em Ciências e Matemática (UFG). Licenciada e especialista em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7010377350000094>. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3717-1439> E-mail: profmariamarta@hotmail.com

INTRODUÇÃO

A pesquisa é desenvolvida no contexto dos processos de ensino e aprendizagem, com destaque à apropriação dos conceitos sobre número de ouro, razão e proporção áurea por estudantes do nono ano de uma escola privada da cidade de Goiânia. Tal estudo fundamenta-se com base na Teoria Histórico-Cultural, sobretudo, em uma organização de ensino que contempla o desenvolvimento do pensamento dos estudantes de modo que a aprendizagem possa romper racionalidade técnica. Nesta perspectiva, desenvolve-se metodologicamente um experimento didático que se estabelece ao longo de três semanas escolares, contemplando quinze aulas, com doze estudantes, por meio de uma situação problema emergente que, oportuniza aos alunos o movimento de estudo ao qual sinalizam algumas apropriações conceituais.

Diante disso, estrutura-se o artigo em quatro momentos principais. O primeiro com a apresentação da fundamentação teórica sobre a apropriação de conceitos matemáticos pelos estudantes na perspectiva da Atividade Pedagógica, seguida pelo segundo momento em que se explica o desenvolvimento metodológico da pesquisa como meio para objetivação do problema e objeto de estudo. No terceiro momento, destaca-se o método de apresentação e exposição dos dados consolidando no movimento de análise do estudo e, por fim, no quarto momento evidencia-se algumas considerações sobre o estudo realizado.

1. A APROPRIAÇÃO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS DE: NÚMERO DE OURO, RAZÃO E PROPORÇÃO ÁUREA

1.1 O PROCESSO DE APROPRIAÇÃO COM BASE NA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Com base na Teoria Histórico-Cultural, faz-se a defesa de que a escola é um dos espaços de maior privilégio para que os processos de aprendizagem ocorram, devido a este ambiente social, ser o espaço objetivamente orientado para esta finalidade (LIBÂNEO 2013; MOURA et al. 2016). Acredita-se que é no espaço escolar que acontece a Atividade Pedagógica, entendida como unidade da atividade de ensino (professor) e atividade de estudo (aluno) (MOURA et al. 2016). Tal atividade pode oportunizar aos estudantes o processo de

humanização⁴, que consiste na apropriação das formas e fazer humano, ao se apropriar do conhecimento científico desenvolvido ao longo do tempo diante das necessidades humanas em atendimento às demandas, sobretudo sociais, que objetivaram a qualidade de vida. “[...] é na relação com os objetos do mundo, mediada pela relação com outros seres humanos, que a criança tem a possibilidade de se apropriar das obras humanas e humanizar-se” (MOURA, et al., 2016, p. 30).

Acredita-se que o processo de apropriação do conhecimento matemático pode ser uma das formas de desenvolvimento da humanização viabilizada pela Atividade Pedagógica, visto que, pelo conhecimento matemático é possível estabelecer relações profícuas com o mundo de modo coletivo – sejam nas relações comerciais, entendimento das múltiplas outras relações que advém dos conceitos relacionados às grandezas e medidas como por exemplo nas construções/edificações, no estabelecimento de unidades de medida para determinado produto, entre outras situações, que no geral oportunizam o ser humano a tomar consciências das formas de organização de vida, ou seja, humanizar-se.

No desenvolvimento do conhecimento matemático, toma-se como relevante os modos e seus processos constitutivos, devido ao atendimento às necessidades humanas que, ao longo da história, possibilitou a consolidação da própria matemática, pois o processo de sua origem, reconhecimento, observação e, conseqüentemente, desenvolvimento dos conceitos, oportuniza entender como a matemática se constituiu ao longo do tempo, principalmente, como os sujeitos foram desenvolvendo o pensamento matemático. Neste último caso, ao compreender o processo histórico da matemática é possível superar a simples aprendizagem para a efetiva apropriação do conhecimento. Nesse aspecto, os estudantes tem a oportunidade de apropriar das situações produzidas pela humanidade e atribuir sentido pessoal ao significado social da matemática.

Para que a apropriação supere a simples aprendizagem é necessário uma organização de ensino capaz de reproduzir com os estudantes momentos/espços para uma experiência didática imbuídas dos processos e meios de constituição do conhecimento no exercício do estudo, para, então, proporcionar a criação e atribuição de sentido pessoal ao significado social da matemática. “Para se apropriar dos objetos ou dos fenômenos que são o produto do desenvolvimento histórico, é necessário desenvolver em relação a eles uma atividade que se

⁴ O processo de humanização consiste no movimento “em que tomamos parte de um conjunto de ações pessoais e coletivas para garantir a apropriação da condição humana” (Silvestre, 2022). Nesse sentido, ninguém nasce humano, mas se humaniza ao longo do processo ao qual chamamos de vida (DUARTE, 2008; MOURA et al. 2016).

reproduza, pela sua forma, os traços essenciais da atividade encarnada, acumulada no objeto” (LEONTIEV, 1978, p. 268).

Assim, destaca-se nos processos da organização de ensino de matemática, a responsabilidade intencional do professor em possibilitar um espaço de aprendizagem que valorize a humanização, reconstituindo pedagogicamente as necessidades que possibilitaram o desenvolvimento da matemática, sobretudo, em suas formas de pensamento que caminharam para bases teóricas conceituais. Logo acredita-se no papel do professor “como aquele capaz de fazer surgir a tensão criativa no aluno mediando o processo de colocá-lo em atividade de aprendizagem” (SILVESTRE; SILVA, 2022a, p. 47).

Nessa organização considera-se a atividade principal do professor (ensino) ao objetivar a apropriação do conhecimento com os estudantes em sua atividade (estudo), dando qualidades essenciais à Atividade Pedagógica. “Assim, o trabalho pedagógico não é trabalho alienado se não é fim em si mesmo e sim meio para tornar o homem mais humano: o professor e o estudante” (MOURA et al., 2016, p. 39).

Mas como efetivar a Atividade Pedagógica no desenvolvimento dos conceitos matemáticos sobre número de ouro, razão e proporção áurea? Para responder à questão é necessário compreender que conceitos são estes, uma vez que estão incorporados à outros conhecimentos, sobretudo, levar em consideração os possíveis processos didáticos do desenvolvimento do ensino e da aprendizagem, os quais serão apresentados no próximo tópico.

1.2 A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO SOBRE OS CONCEITOS DE NÚMERO DE OURO, RAZÃO E PROPORÇÃO ÁUREA

Intenta-se reconhecer “[...] que a matemática como as outras ciências não foi ‘simplesmente inventada’ [...] mas surgiu a partir da necessidade de resolver determinada situação e contou com avanços e retrocessos e, mais ainda, não está acabada, é passível de mudança, reelaboração” (SILVA; SILVESTRE. 2022, p. 5, grifos originais). Desse modo, para a organização do ensino, tem-se a premissa em compreender os conceitos em que estão relacionados aos conhecimentos de: número de ouro razão e proporção, bem como compreender o seu desenvolvimento histórico. Tal compreensão permitirá ao professor e estudante o estabelecimento das relações em que se desenvolveram tais conceitos, o processo de aprimoramento e, principalmente os contextos em que foram e estão inseridos atualmente.

Há que se entender um pouco sobre dois conceitos importantes: razão e proporção. A razão é a relação entre duas grandezas, em caso específico, a razão áurea pode ser obtida por

meio da relação entre segmentos, medidas, números que estão em sequência Fibonacci, entre outras situações. Já a proporção é a igualdade entre duas razões, que tem um coeficiente de proporcionalidade entre uma e outra. Os primeiros indícios sobre o número de ouro, ou número áureo, remonta o período da Grécia antiga, com Pitágoras, com os amplos estudos sobre o pentagrama e as razões e proporções ocasionadas pelas suas mais diversas medidas. O número de ouro é um número irracional, observado pela humanidade na relação entre segmentos advindos de figuras geométricas e posteriormente descoberto nas mais belas formas, manifestações e produções da natureza, inclusive nas razões e proporções em medidas do corpo humano. Comumente chamado de *phi*, essa nomenclatura surgiu “a partir do século XX, o matemático americano Mark Barr (1899) passou a usar a letra grega *phi* ϕ , a primeira letra do nome Fídias ou Phidias, em homenagem ao grande e talentoso escultor grego que viveu por volta de 490 a.C. a 430 a.C.” (CONTADOR 2007, p. 86).

O número de ouro pode ser obtido algebricamente pela fórmula:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

Onde: a e b são medidas de um retângulo que está em proporções áureas. Já o valor numérico de *phi*, pode ser dado pela expressão irracional:

$$\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

Logo, *phi* (ϕ) tem valor aproximado à 1,618033989...

Diante do exposto, caracteriza-se na Atividade Pedagógica a responsabilidade de uma boa organização do ensino que dê condições para que os estudantes entrem em atividade de estudo, ou seja, cabe ao professor “[...] organizar situações didáticas que favoreçam o desenvolvimento, no estudante, de um querer aprender, uma vez que esse não é um valor natural, mas construído historicamente” (MOURA et al., 2016, p. 36). As situações didáticas, segundo o mesmo autor podem contemplar distintas metodologias, as quais, defende-se: o jogo como recurso de ensino, história virtual do conceito e situações problemas emergentes do cotidiano, para que os escolares possam se envolver em atividade de estudo e possivelmente superar o empirismo de conhecimento prático para avançar na constituição do pensamento.

A Atividade Pedagógica constitui um importante momento formativo nas atividades dos professores e estudantes, pois, por meio da organização intencional do ensino, os estudantes são mobilizados – por meio da atividade do professor a criar motivos – para entrarem em atividade de estudo. Quanto à essa mobilização aos interesses dos estudantes podem contribuir

para a criação de motivos que funcionarão como o motor da atividade de estudo para a efetividade de seu desenvolvimento.

O professor pode realizar diversas estratégias de ensino para desenvolver os motivos necessários para que os estudantes desenvolva o estudo, tais como: jogo, história virtual do conceito e situações problemas, e por meio da atividade de estudo, possa recriar as condições que deram origem à determinado conceito matemático, para que este faça sentido e seja efetivamente apropriado no processo de aprendizagem (MOURA et al. 2016).

Nesta pesquisa, considera-se a situação-problema, ou melhor problema desencadeador que, se fundamenta na compreensão de que a “[...] estrutura da atividade orientadora é a da própria gênese do conceito: o problema desencadeador, a busca de ferramentas intelectuais para solucioná-lo, surgimento das primeiras soluções e a busca de otimização destas soluções” (MOURA, 1992, p. 68). Ou seja, faz-se a defesa de um problema desencadeador que oportunize ações otimizadas com os estudantes para o estudo, compreensão e apropriação dos conceitos de razão e proporção, pois objetiva-se por meio desse desencadeamento de ações um esforço dos alunos na “busca de ferramentas intelectuais para solucioná-lo, surgimento das primeiras soluções e a busca de otimização destas soluções” (MOURA, 1992, p. 68).

Ao criar condições e meios para que os estudantes sejam mobilizados a se apropriarem do conhecimento, os alunos podem entrar em atividade de estudo, incorporar os conhecimentos matemáticos e perceberem o movimento de desenvolvimento destes, advindo das necessidades humanas. Ao desenvolver estratégias, ações e esforços individuais e coletivos para apropriação dos conceitos, os estudantes, poderão, por sua vez, desenvolver ações mentais bem estruturadas de modo que estas consigam não somente compreender o conceito em si, mas apropriarem-se do conceito para si.

Assim, faz-se a defesa de um ensino humanizador, ou seja, que dê condições aos professores e estudantes de se constituírem enquanto espécie humana, no sentido de se apropriarem dos fazeres e modos de organização de vida humana por meio dos conhecimentos científicos, reconhecendo o movimento histórico humano de produção de conceitos por meio da Atividade Pedagógica.

2. O DESENVOLVIMENTO DO EXPERIMENTO DIDÁTICO

Para a realização prática da pesquisa, optou-se pelo Experimento Didático Formativo, por considerar o processo de desenvolvimento humano nos parâmetros teóricos defendidos neste texto, importantes para compreender a “concepção do ensino desenvolvimental e,

consequentemente, a sua lógica de organização e estruturação da atividade de estudo dos alunos” (FREITAS; LIBÂNEO, 2022, p. 7). Alguns autores (HEDEGARD, 2008; AQUINO, 2017), realizam o experimento didático, apoiados em teóricos como Vigotski, e/ou Davidov, demonstrando que esse tipo de desenvolvimento metodológico pode ser capaz de “impulsionar conhecimentos que contribuam para ampliar a compreensão do processo didático, da unidade entre ensino e aprendizagem, do planejamento, organização e efetivação do ensino que promove desenvolvimento humano” (FREITAS; LIBÂNEO, 2022, p. 16).

Nesses padrões, o experimento foi realizado ao longo de três semanas sequenciais de estudo, com uma turma de 9º ano do ensino fundamental, no início do ano de 2023 em uma instituição privada da cidade de Goiânia-Goiás/Brasil, no decorrer de quinze aulas, planejado e desenvolvido por dois dos autores deste trabalho, que são professores em conjunto da turma em questão. Para mobilizar os doze estudantes colaboradores da pesquisa, propôs-se que eles apresentassem em forma de seminário o que era o número de ouro, a razão e proporção áurea, sobretudo, que explicassem a relevância desses conceitos nas ações humanas que se estabeleceram no passado e, também, nos dias atuais. Após apresentação dos seminários, os estudantes foram desenvolvendo atividades impressas contendo situações problemas envolvendo os conceitos, e algumas atividades impressas de investigação matemática.

No quadro abaixo, demonstra-se a organização do planejamento das aulas e seu desenvolvido por quantidade de aulas.

Quadro 0001 – Desenvolvimento das aulas durante do experimento didático

Duração	Desenvolvimento das aulas de matemática
1 aula	Breve apresentação teórica sobre o número de ouro, razão e proporção áurea
3 aulas	Desenvolvimento da apresentação dos seminários pelos estudantes
3 aulas	<i>Exit Card 1</i> – Resolvendo situações problemas com número de ouro, razão e proporção áurea.
2 aulas	Criação artística de um desenho que tivesse nos padrões geométricos da proporção áurea.
3 aulas	<i>Exit Card 2</i> – As relações da proporção áurea com as mais diversas
1 aula	Produção do retângulo de ouro em malha quadriculada
2 aulas	<i>Exit Card 3</i> – Beleza Irrracional

Fonte: produção dos autores

Observa-se ao longo do desenvolvimento das quinze aulas, sete momentos específicos que perpassam desde o diálogo, apresentação desenvolvida pelos estudantes, resolução de problemas por meio de atividade impressa – chamadas de *exit card*, que consistem em situações problemas e exercícios destinados ao exercício e desenvolvimento de conceitos

contextualizados nas mais diversas áreas do conhecimento – e duas atividades que estimularam a criatividade artística dos estudantes diante dos conceitos.

É importante destacar, que as aulas foram pensadas coletivamente com os professores e as ações de ensino foram intencionalmente organizadas para que fossem capazes de “mobilizar os motivos dos alunos, considerando sua experiência no contexto local de vida e vinculando-se à atividade dominante no período de desenvolvimento humano em que se encontram” (FREITAS; LIBÂNEO, 2022, p. 14).

Para o desenvolvimento desta pesquisa, devido a quantidade de dados produzidos, consideram-se para exposição e análise dos dados, alguns recortes das atividades desenvolvidas, que serão melhor explicitadas na exposição e análise dos dados. Nesta, enfatiza-se tendo como “referência as mudanças esperadas e especificadas no planejamento, foca-se em indícios de mudanças qualitativas na aprendizagem, formação de objetivos e uso de estratégias investigativas pelos alunos, construção de modelos de relações conceituais do objeto do estudo” (FREITAS; LIBÂNEO, 2022, p. 15). Desse modo, utiliza-se para exposição dos dados o método de unidade que, por sua vez, é composta por episódios e cenas.

3. POR QUE É IMPORTANTE ESTUDAR ISSO? A APROPRIAÇÃO DOS CONCEITOS DE NÚMERO DE OURO RAZÃO E PROPORÇÃO ÁUREA

3.1 A UNIDADE DE ANÁLISE COMO MÉTODO DE EXPOSIÇÃO DOS DADOS

Entende-se a unidade como “um produto de análise que, ao contrário dos elementos, conserva todas as propriedades básicas do todo, não podendo ser dividido sem que as perca” (VIGOTSKI, 1991, p. 4). Ressaltando, ainda, a unidade de análise “como representação da totalidade, a qual carrega consigo a essencialidade do objeto de estudo que se deseja investigar” (SILVESTRE, 2022, p. 140) Assim, diante dos dados que serão expostos na unidade de análise, considera-se a situação metodológica de propor aos estudantes os motivos para que entrassem em atividade de estudo e consequentemente se envolvesse com os conceitos de tal forma que compreendesse e apropriasse destes em seu movimento de constituição ao longo da trajetória humana de necessidades, bem como os seus possíveis contextos nos momentos atuais, viabilizando uma possibilidade de interação com o conhecimento matemático.

Ao utilizar a situação-problema na atividade orientadora não procuramos apenas a lógica do objeto – do conteúdo – ou a do sujeito – seus interesses e dinâmica. Contemplamos os dois movimentos: o do sujeito e o do objeto. Isso não significa apenas agrupá-los como dois aspectos importantes a ser levados em conta na

organização do ensino, mas considerá-los em uma **unidade**. Essa **unidade** está presente no movimento de produção conhecimento e também de sua apropriação pelos sujeitos. (MOURA, SFORNII e ARAÚJO, 2011, P. 41, grifos dos autores)

A unidade é composta por dois episódios, que, consiste em ações reveladoras do processo de formação (MOURA, 2016). No primeiro episódio destaca-se o movimento de estudo dos alunos na apropriação dos conceitos de número de outro, razão e proporção áurea, e, no segundo episódio, expõe-se os sentidos atribuídos pelos estudantes quanto aos aspectos que se inter-relacionam com os conceitos matemáticos. Cada episódio, por sua vez, é composto por duas cenas, às quais “[...] possibilitam compreender o fenômeno para além da aparência [...]” (ARAÚJO; MORAES, 2017, p. 68). Assim, nas cenas são demonstrados alguns recortes das ações dos estudantes em que é possível perceber o movimento de estudo para apropriação dos conceitos de número de ouro, razão e proporção áurea.

Quadro 02 – Unidade de análise: Atividade de Estudo na apropriação dos conceitos de número de ouro, razão e proporção áurea

Episódios	Composição das Cenas
Episódio 1 - Indícios da apropriação dos conceitos de número de ouro, razão e proporção áurea	Cena I – A apropriação dos conceitos teóricos sobre o número de ouro Cena II - A apropriação dos conceitos teóricos sobre número de outro, razão e proporção áurea em resoluções de situações problemas
Episódio 2 - Indícios da inter-relação dos conceitos com a natureza do fazer humano	Cena I – As sinalizações da inter-relação entre os conceitos matemáticos, a arquitetura, o designer e a arte Cena II – As ações indicadoras de conceitos que supera o racionalismo técnico para uma apropriação para si: o processo de humanização na atividade de estudo

Fonte: produção dos autores

3.2 EPISÓDIO 1 – INDÍCIOS DA APROPRIAÇÃO DOS CONCEITOS DE NÚMERO DE OUTRO, RAZÃO E PROPORÇÃO ÁUREA

Neste episódio são expostas duas cenas advindas de recortes das produções dos estudantes sobre o que consideraram importante nos estudos sobre número de ouro, razão e proporção áurea, sendo a primeira cena um recorte da tarefa “Beleza irracional” com o que foi proposto para que os estudantes pensassem sobre conceitos matemáticos e a segunda cena compõe a resolução de situações propostas sobre a aplicabilidade contextual dos conceitos.

Nas duas cenas explora-se uma situação problema que os estudantes tinham que solucionar, pois com a situação-problema:

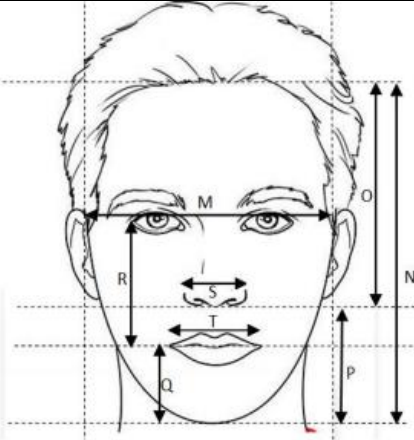
[...] não procuramos apenas a lógica do objeto – do conteúdo – ou a do sujeito – seus interesses e dinâmica. Contemplamos os dois movimentos: o do sujeito e o do objeto. Isso não significa apenas agrupá-los como dois aspectos importantes a ser levados em conta na organização do ensino, mas considerá-los em uma unidade. Essa unidade está presente no movimento de produção conhecimento e também de sua apropriação pelos sujeitos. (MOURA, SFORNII e ARAÚJO, 2011, P. 41)

Logo, nas situações propostas aos estudantes, procurou-se reconstituir com eles a percepção humana diante dos conceitos de número de ouro, razão e proporção áurea, sobretudo a reconstituição – sobre novas perspectivas – do pensamento matemático.

3.2.1 Cena I – A apropriação dos conceitos teóricos sobre número de ouro, razão e proporção áurea em situações objetivas

Descrição e contexto da Cena: A cena demonstra dois recortes específicos do *exit card* 3. As duas imagens mostram as relações métricas no rosto humano que solicitava aos estudantes colocar sua foto ao lado e em seguida demonstra a tabela com os valores obtidos na forma de razão (fração) e quociente (número decimal).

Sua Foto aqui



Parte do Corpo	Razão das Medidas em fração ($\frac{a}{b}$)	Razão das Medidas em decimal ($a \div b$)
$\frac{P(\text{Ponta do nariz até final do queixo})}{Q(\text{Canto dos lábios até final do queixo})}$		
$\frac{T(\text{Comprimento da boca})}{S(\text{Largura do nariz})}$		
$\frac{N(\text{Linha do cabelo até abaixo do queixo})}{M(\text{Comprimento da cabeça})}$		
$\frac{R(\text{Canto do olho até canto dos lábios})}{Q(\text{Canto dos lábios até final do queixo})}$		
$\frac{O(\text{Linha do cabelo até ponta do nariz})}{P(\text{Ponta do nariz até final do queixo})}$		

Fonte: produção dos autores (recorte da atividade “Beleza Irracional” impressa entregue aos estudantes)

A cena remete aos recortes das atividades desenvolvidas pelos estudantes na perspectiva de compreenderem sobre o número de ouro. Uma das formas de oportunizar esse momento foi possibilitar que os estudantes contextualizassem o número por meio da tarefa “Beleza Irracional”. A tarefa consistia em mostrar algumas regularidades métricas – no campo das medidas – em relação ao corpo humano e o número de ouro, principalmente, na relação estabelecida com as medidas do rosto humano (LÍVIO, 2011). Nota-se a relação de um rosto em forma de desenho e ao lado solicitava aos estudantes colar sua foto⁵ para posteriormente desenvolver suas medidas e as suas relações possíveis com *phi*. “Foi Leonardo da Vinci que chamou a razão áurea de divina proporção, utilizando-a inclusive na famosa Monalisa (ou Gioconda), de 1502: se construirmos um retângulo em torno de seu rosto, veremos que está na proporção áurea” (MENDIAS LAURO, 2005, p. 36).

Em seguida, na tarefa original, solicitava-se algumas medidas isoladas, para que os estudantes colocassem em forma de registro as medidas em centímetros com uma casa decimal. Posteriormente tinha-se o quadro que aparece na cena, contendo a razão entre as medidas já desenvolvidas anteriormente. Havendo duas colunas para respostas, uma contendo a razão em forma de fração e a outra com o resultado decimal do quociente das razões.

Como utilizou-se da imagem e medidas dos rostos dos estudantes, por razões éticas e óbvias, suprimiu-se da cena as repostas. Os números encontrados pelas razões métricas das medidas do rosto se aproximaram muito do número de ouro⁶, chegando a valores que variavam entre 1,3 a 1,8 centímetros, já que o valor aproximado de *phi*, considerado era 1,6. Somente para fins de entendimento sobre a apropriação do número de ouro pelos estudantes, em um dos *exit card*, havia uma questão de múltipla escolha onde perguntava-se sobre o valor aproximado, com oito casas decimais e todos os estudantes que responderam a atividade acertaram.

Cabe ressaltar que “Um corpo perfeitamente harmonioso traz relações áureas [...] É claro que os conceitos de beleza que possuímos se relacionam a questões culturais. O que pode ser considerado belo para uma determinada civilização pode não ser tão belo para outra” (MENDIAS LAURO, 2005, p. 45). Logo, os professores tiveram muita cautela e ética para tratar sobre o conceito de beleza, atribuindo-lhes, sobretudo, o seu significado social.

⁵ Por questões éticas, aos poucos estudantes que não quiseram colocar a sua fotografia, solicitamos que encontrasse algum personagem famoso e fizesse a atividade utilizando-se da imagem desse personagem. Pouquíssimos estudantes fizeram essa opção.

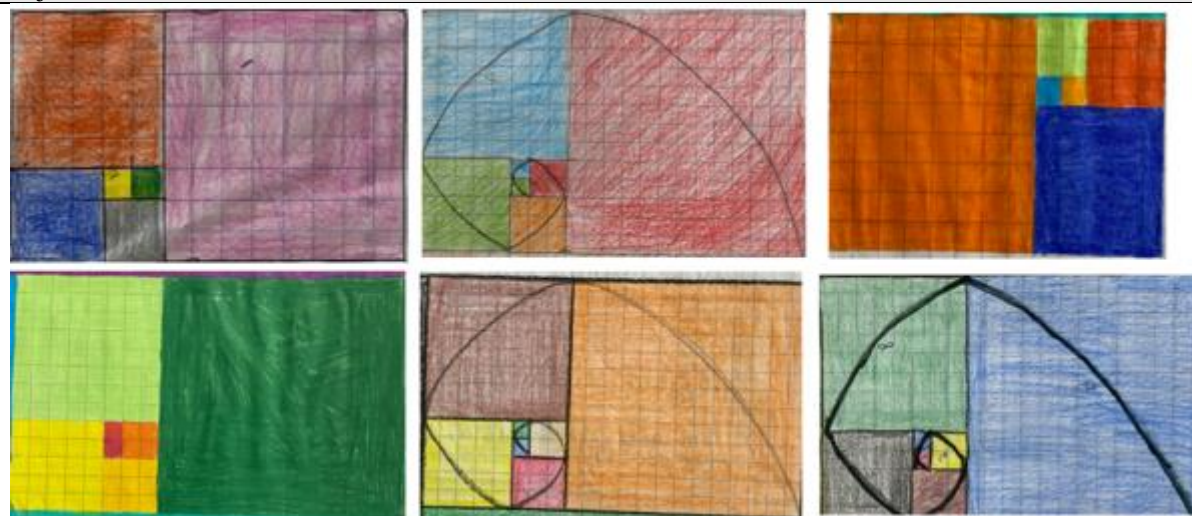
⁶ Tanto os professores quanto estudantes tinham plena consciência que o quociente das razões métricas do rosto se aproximava de *phi*, pois, por ser um número irracional em sua definição este não pode ser racional.

Assim, os estudantes reconstituíram o que outrora Leonardo da Vinci havia pensado, ao criar suas obras em um padrão estético, considerou fielmente as relações de proporções áureas no corpo humano, colocando os estudantes no movimento de estabelecer as relações áureas presentes no rosto humano, nos conceitos e beleza e, também, nos padrões estéticos da arte, reconstruindo o pensamento matemático dos artistas que imputavam isso às suas obras. Considera-se tal resolução da tarefa dos estudantes, não somente o trabalho pedagógico com o conhecimento matemático, mas a inter-relação que este tem com as outras áreas do conhecimento, colocando-os para desenvolver suas ações mentais, superando a condição de pensamento unicamente matemático. Assim, a aquisição das ações mentais, que estão na base da apropriação pelo indivíduo da “herança” dos conhecimentos e conceitos elaborados pelo homem, [...] o resultado é que estas ações adquirem o caráter de ações intelectuais estreitas de atos intelectuais (LEONTIEV, 1978, p. 168).

Destarte, a cena e os seus desdobramentos em forma de resultado com as respostas encontradas pelos alunos, demonstram a aplicabilidade do conhecimento matemático, que possibilitou ações mentais que sobressaíssem à matemática, que por meio das resoluções de diversos problemas propostos, levou em consideração as interconexões que a matemática pode estabelecer com as outras áreas do conhecimento.

3.2.2 Cena II – A apropriação dos conceitos teóricos sobre número de ouro, razão e proporção áurea em resoluções de situações problemas

Descrição e contexto da Cena: a composição das seis imagens demonstra a produção dos estudantes do retângulo de ouro em malha quadriculada, pensando a sequência Fibonacci em forma de área adjacentes.



Fonte: produção dos autores

Na cena demonstra-se algumas produções dos estudantes na construção do retângulo de ouro na sequência Fibonacci. A sequência infinita, tem por início os números: 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89... “essa sequência, em que todo termo, após o segundo, é igual à soma dos dois que o precedem, recebeu o nome de sequência de Fibonacci” (MENDIAS LAURO, 2005, p. 36). Em um dos *exit card* tinha-se uma questão que solicitava aos estudantes que conseguiram identificar a relação de razão entre um número e o anterior, sendo descoberto por eles, que “quanto mais se avança com os números da sequência a razão de um número qualquer pelo anterior, gera um quociente que se aproxima, cada vez mais, do número de ouro (LÍVIO, 2011). Tal descoberta dos estudantes foi, outrora, estudada no ano 1753 quando “o escocês Robert Simson descobriu que a razão entre dois termos sucessivos quaisquer dessa sequência tende a ϕ como limite, à medida que se avança mais e mais ao longo da sequência” (MENDIAS LAURO, 2005, p. 36).

Nota-se, também, que os estudantes conseguiram compreender a sequência na composição de retângulos, visto que conseguiram desenhar o retângulo de ouro – que consiste em um “retângulo áureo [que] tem a interessante propriedade de que, se o dividirmos num quadrado e num retângulo, o novo retângulo será também áureo” (MENDIAS LAURO, 2005, p. 40) – por meio de áreas interligadas umas às outras em sequência. Iniciando com um quadrado com medidas de 1x1, seguido de outro quadrado 1x1, seguido outro 2x2, logo outro quadrado com medidas 3x3, seguido do quadrado 5x5... 8x8, 13x13 e assim, seguindo à sequência Fibonacci, em áreas, compondo o retângulo de ouro em folha quadriculada.

Tais recortes das cenas demonstram que os estudantes compreenderam a relação da sequência Fibonacci com o número de ouro, entenderam o retângulo de ouro em suas medidas proporcionais desenvolvendo a sua construção geométrica por meio de uma malha quadriculada, e alguns, chegam a demonstrar a espiral ligando as diagonais dos quadrados em sequência.

As ações oriundas das duas cenas deste primeiro episódio ressaltam não somente a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também a percepção do uso dessa linguagem para aplicabilidade em outros contextos, sejam eles relacionados à construção geométrica ou à relação de medidas que estão postas no corpo humano, diante dos recortes da primeira cena, amplamente demonstrados por meio do rosto humano. Demonstra-se o uso da linguagem matemática como ferramenta para compreender outras áreas do conhecimento,

demonstrando ações de pensamento matemático e para além dele, pois “[...] é precisamente o uso da linguagem que determina o pensamento teórico” (LEONTIEV, s/d, p.36)

3.3 EPISÓDIO 2 – INDÍCIOS DA INTER-RELAÇÃO DOS CONCEITOS COM A NATUREZA E O FAZER HUMANO

Neste segundo episódio, também, composto por duas cenas, destaca-se em primeiro momento as relações estabelecidas pelos estudantes sobre os conceitos inter-relacionados à arte, arquitetura e designer, expressando a aplicabilidade da matemática em outras áreas de conhecimento. Na cena dois destacam-se os registros dos estudantes sobre o que consideraram importante ao estudarem sobre número de ouro, razão e proporção áurea, enfatizando a superação da simples compreensão dos conceitos para uma superação da racionalidade técnica, sabendo contextualizar tais conceitos a distintas áreas do conhecimento.

3.3.1 Cena I – As sinalizações da inter-relação entre os conceitos matemáticos, a arquitetura, o designer e a arte

Nesta cena, procura-se evidenciar, por meio das ações escritas das produções dos estudantes do nono ano a inter-relação que estes conseguiram estabelecer entre os conceitos de número de ouro, razão e proporção área com as outras áreas do conhecimento desse sujeito que não somente a matemática. Nesta cena, procura-se evidenciar, por meio das ações escritas das produções dos estudantes do nono ano a inter-relação que estes conseguiram estabelecer entre os conceitos de número de ouro, razão e proporção área com as outras áreas do conhecimento que não somente a matemática. Diante de todo o movimento de estudo “por meio do processo de análise e síntese e lhe permite desenvolver a capacidade de lidar com outros conhecimentos a partir dos conhecimentos que vai adquirindo à medida que desenvolve a sua capacidade de resolver problemas” (MOURA, 2000, p. 35).

Diante das situações desencadeadoras da aprendizagem, os estudantes sintetizaram por meio da escrita as possíveis relações passíveis de serem inter-relacionadas com os conceitos matemáticos às outras áreas de conhecimento.

Descrição e contexto da Cena: composição de cinco trechos escritos por diferentes estudantes no desenvolvimento do primeiro exit card, aos quais respondem sobre o que é a proporção áurea, ou seja, a atribuição de sentido que tiveram ao compreenderem o significado dos conceitos áureos.

A proporção áurea é uma constante algebrica muito presente na arquitetura e o dito é conectar-se com um ser repetido. Este número também é encontrado na natureza e até no corpo.

A razão áurea tem tudo a ver com a percepção de "perfeito" de ser humano, já que ela é uma constante simétrica, e acaba sendo extremamente agradável para os nossos olhos. Isso pode ser encontrado em muitas construções e até mesmo no nosso corpo.

A relação, é que é possível se ver a proporção Áurea em diversos lugares na natureza em muitas, em nosso corpo. Na natureza temos a concha que se encontra no "formato" da proporção Áurea, pois é representado pela divisão de um inteiro em dois segmentos.

Para mim, a proporção áurea é a mais importante. Ela significa várias coisas, além de mostrar o equilíbrio e a beleza irracional ela ajudou em diversas antiguidades construções no passado. Ela também está presente na natureza, por exemplo: conchas, flores, unhas de gato. Ela ajudou muito em diversos aspectos. Desde arquitetura, arte, cinema, fotografias, etc.

Considerando a história a aplicabilidade deve conectar matemática com a nossa vida em sociedade e com a natureza que os pontos mais importantes são a arquitetura e a design pois com estabelecimentos, sites e os ambientes mais agradáveis os outros os coisas ficam mais felizes e estéticas.

Fonte: produção dos autores

Observa-se nas respostas dos estudantes, por meio de cinco recortes das escritas produzidas por eles no movimento de síntese da atribuição de sentido pessoal ao significado social dos conceitos desenvolvidos. Sobre os significados, considera-se que estes “são os mais importantes ‘formadores’ da consciência” (LEONTIEV, 2021, p. 160, grifo do autor), pois “[...] os significados refratam o mundo na consciência” (LEONTIEV, 2021, p. 161). Já a atribuição de sentido pessoal relaciona-se à consciência do sujeito ao se apropriar de determinada situação,

ou seja, na representação que cria, mentalmente, sobre o significado, relacionado diretamente com seus interesses, motivos e inclinações (LEONTIEV, 2021).

Destaca-se algumas ideias dos estudantes, como: a inter-relação que eles estabelecem entre a matemática e as manifestações da natureza – a natureza em geral, elementos específico da natureza, como: conchas, flores e corpos de animais; no espaço, as relações métricas do corpo humano simétrico e em proporções áureas – nas representações aproximadas pelo quociente da divisão, além de ressaltarem padrões estéticos relacionados, também, à arte e ao designer que representam o equilíbrio a beleza e harmonia entre as coisas.

Ao mencionarem sobre a presença da proporção áurea nas flores, provavelmente, relembraram de um significativo momento do estudo, que contemplava sobre as flores de girassol com “conjuntos de espirais sobrepostos, irradiando-se nos sentidos horário e anti-horário. Uma contagem do número de espirais [...], fornece quase, invariavelmente, dois termos consecutivos de uma sequência de Fibonacci, tais como 21 e 34 ou 34 e 55” (MENDIAS LAURO, 2005, p. 46).

As sínteses demonstram a matemática a serviço de outras áreas de conhecimento, bem como, a compreensão de outras áreas por meio da matemática. Nesse aspecto a matemática, serviu como ponto de partida – ao entender sua organização, desenvolvimento e conceitos – e meio, para compreensão de outras situações, fazendo seu uso como ferramenta, com aplicabilidade prática em diversos contextos culturais. “[...]sem reproduzir em forma especial aquilo que existe na cultura, o homem não pode converter-se em ser cultural [...] aportando algo novo à experiência criadora da humanidade” (DAVIDOV, 2002, p.56).

3.3.2 Cena II – As ações indicadoras de conceitos que supera o racionalismo técnico para uma apropriação para si: o processo de humanização na atividade de estudo

Na cena, destaca-se por meio das ações dos estudantes que, para além da aprendizagem dos conceitos relacionados à matemática, sobre número de ouro, razão e proporção áurea, transcrevendo o movimento de estudo que experienciaram ao longo das aulas.

Descrição e contexto da Cena: composição de cinco trechos escritos por diferentes estudantes no desenvolvimento do segundo *exit card*, aos quais sintetizam o seu movimento de estudo ao longo do desenvolvimento do experimento didático formativo.

A relação da proporção áurea e o corpo humano (pode ser observado com) e que alguns pensam na possibilidade de observados a proporção áurea em diversas partes do corpo humano, que se é dito que se a pessoa estiver perto do razão áurea do este prto da perfeição

Eu acho muito importante ter conhecimento básico principalmente sobre a espiral, já que é extremamente interessante ver como uma forma está presente na grande parte dos lugares. Também podemos usar a proporção em diversos tipos de trabalho, então ela também é útil na vida profissional.

Eu meu relg está razão é muito relevante para questões filosóficas. Para matemática este número representa uma dimensão, mas para filosofia é muito mais, o porquê deste número estar presente na natureza, porque é tão belo, é relevante também para arte que quase sempre está presente mesmo que inconscientemente. Para questões sociais a maior relevância está na razão da existência humana, para outras questões mais políticas essa relevância é nula. O fato desta constante ter sido descoberta na matemática mas ainda assim possui relevância me deixa contente, Phidias realmente deu um bom trabalho.

De acordo com os meus estudos, a razão na qual o número de ouro é importante por conta que graças a ele, é possível criar obras equilibradas e agradáveis aos olhos. Essa descoberta foi muito histórica e muito importante da época de Jogo e podemos percebê-la em fotografias, na arte, na arquitetura e em vários lugares. Essa proporção ~~foi~~ pode ser usada de forma intencional ou não. Podemos ver isso em muitas coisas menos na arte moderna, já que ela segue um padrão de lógica diferente.

O número de ouro é um padrão que se repete na natureza, que pode também ser usado na arte, na arquitetura, design e qualquer coisa que quisermos. Imaginar-se que foi empregada pela primeira vez quando foi projetado o Partenon. Nós humanos temos a tendência de achar algo belo quando algo emprega esse conceito. Pense que foi mais relevante na arte e na arquitetura por representar a perfeição, e nos causar essa sensação de algo maravilhoso.

Fonte: produção dos autores

Na cena percebe-se o movimento de estudo que os alunos vivenciaram ao longo do experimento didático. Nas falas, ressaltam-se as relações estabelecidas por eles sobre os

conceitos matemáticos em si, ressaltando o número de ouro, razão e proporção áurea, além de estabelecerem inúmeras relações com outras áreas do conhecimento. Os discursos, ressaltam-se a relevância de compreender a história humana que se converge com a produção de conhecimento matemático, na penúltima fala, chega a se referir a Fídias, lembrando um pouco da história que compôs seus estudos, pois os gregos utilizavam-se das proporções áureas em suas construções um com exemplo é “o Partenon, ou templo da deusa Atena, construído no século V a.C. pelo arquiteto e escultor Fídias, é um dos mais famosos exemplos dessas construções” (MENDIAS LAURO, 2005, p. 41). Nessa perspectiva, ressaltam a arquitetura e modelos de construções realizadas em um passado distante dos dias atuais que valorizavam as medidas em proporções áureas.

Constata-se, também, as relações entre determinadas profissões e o conhecimento sobre razão e proporção áurea, bem como interconexões com outras áreas do conhecimento, como: filosofia, cinema, arte, designer e política.

Nos chama a atenção o último discurso da cena, pela análise que o estudante ressaltava sobre a aplicação harmônica que remete à beleza por meio do termo “maravilhoso” quando se tem proporções áureas em determinado objeto ou manifestação da natureza, reconhecendo que a matemática compõe grande parte das situações humanas e fazer uso da matemática pode ser importante para compreender as relações da natureza e nossas próprias relações com a natureza e com a vida em sociedade, pois “Os padrões harmônicos são encontrados na natureza, utilizados nas artes, consciente e algumas vezes inconscientemente, contribuindo para a cultura do homem desde os tempos antigos” (MENDIAS LAURO, 2005, p. 47).

Assim os episódicos conseguem demonstrar um recorte do movimento de estudo desenvolvido pelos alunos, que acabaram por se envolver nas situações propostas e sinalizaram a apropriação do conhecimento e suas possíveis relações com outras áreas. Considerando, desse modo, que [...] estando o sujeito em atividade [...] é possível a sua efetiva humanização ao superar-se a alienação caracterizada pela ruptura entre o que é produzido por ele e o motivo que o impulsiona a agir” (MOURA, et al., 2016, p. 38-39).

Evidentemente, o desenvolvimento das propostas de ensino problematizadoras tiveram um lugar de destaque para a criação de motivos para que os os estudantes se envolvessem de fato, pois “acreditamos no papel potencializador dos recursos de ensino [...] No entanto somente a utilização de tais recursos só é possível se pensarmos em práticas docentes [...] com ênfase no desenvolvimento cultural” (SILVESTRE; SILVA, 2022b, p. 12).

4. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Conclui-se que ao longo do experimento didático os estudantes foram amplamente motivados à desenvolverem às suas atividades de estudo, demonstrando, em contrapartida, engajamento nas situações, que resultaram em um processo dinâmico de aprendizagem, quando sinalizaram apropriações não somente das situações matemáticas, mas, também, a interconexão da matemática para compreender outras áreas de conhecimento.

Desse modo, as ações sinalizadoras da apropriação de conhecimento matemático pelos estudantes encontram-se no esforço em vivenciar e (co)responder às expectativas da diversidade de situações de ensino propostas. Leva-se em consideração os estudos independentes e coletivos para apresentação de seminários, diversidade de situações problemas oportunizadas por meio de tarefas que traziam em seu contexto diferentes perspectivas dos conceitos de número de ouro, razão e proporção áurea, bem como, a resolução coletiva das situações vivenciada em sala de aula, pois a cada tarefa os estudante compartilhavam saberes de modo coletivo.

Diante das análises pode-se concluir que o desenvolvimento da Atividade Pedagógica, considerou relevante a ação dos professores ao criar situações de ensino por meio de problemas diversos, possibilitando que os estudantes se envolvessem e tivessem motivos para desenvolver a atividade de estudo. Por sua vez, os alunos demonstraram uma superação da simples aprendizagem dos conceitos matemáticos, conseguindo estabelecer as interconexões que o número de ouro, razão e proporção áurea podem ter com as outras áreas do conhecimento, superando a condição de expectador para o sujeito que estabelece relações com diversos contextos da vida, no caminho e processo de humanizar-se por meio da escolarização.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, E. S.; MORAES, S. P. G de. Dos princípios da pesquisa em educação como Atividade. In: Moura, M. O. (Org.) **Educação escolar e a pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola. 2017. [p. 47-70]
- AQUINO, O F.. O experimento didático-formativo: contribuições de L. S. Vigotski, L. V. Zankov y V. V. Davydov. In: LONGAREZI, Andrea Maturano; PUENTES, Roberto Valdés (org.). **Fundamentos psicológicos e didáticos do ensino desenvolvimental**. v. 1. Uberlândia: UFU, 2017. p. 325-350.
- CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **A matemática na arte e na vida**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.
- DAVIDOV, V. "El aporte de A N. Leontiev al desarrollo de la psicología". In: GOLDER, M. **Angustia por la utopía**. Buenos Aires: Ateneo Vigotskiano de la Argentina, 2002.
- FREITAS, R.; LIBÂNEO, J. C. O experimento didático formativo na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental. **Educação Pesquisa**., São Paulo, v. 48, e246996, 2022.
- FREITAS, R.; LIBÂNEO, J. C. O experimento didático formativo na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental. **Educação Pesquisa**., São Paulo, v. 48, e246996, 2022.
- HEDEGAARD, M. The educational experiment. In: HEDEGAARD, Mariane; FLEER, Marilyn. **Studying children: a cultural-historical approach**. London: Open University Press, 2008. p. 181-201.
- LIBÂNEO, J. C. **Didática**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2013
- LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.
- LEONTIEV, A. N. **Atividade, Consciência e Personalidade**. Trad. Priscila Marques. Mireveja, 2021.
- LIVIO, M. **Razão Áurea: A História do Phi**. Tradução de Marco Shinobu Matsumura. *The golden ratio* - Rio de Janeiro: Record, 2011.
- MENDIAS LAURO, Maira. A razão áurea e os padrões harmônicos na natureza, artes e arquitetura. **Exata** [en linea]. 2005, (3), 35-48. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=81000304>
- MOURA, M. O. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.
- MOURA, M. O. **O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública**. Tese (Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática) – Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.
- MOURA, M. O.; SFORNI, M. S. F.; ARAÚJO E. S. Objetivação e apropriação de conhecimentos na atividade orientadora de ensino. **Rev. Teoria e Prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 39-50, jan./abr. 2011.
- MOURA, M. O. (Org). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. 2ª ed. Campinas, SP. Autores Associados, 2016.

SILVA, M. M. da; SILVESTRE, B. S. Contribuições formativas da disciplina de História da Matemática desenvolvida na perspectiva do movimento lógico-histórico. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 30, n. 00, p. e022027, 2022. DOI: <https://10.20396/zet.v30i00.8661340>

SILVESTRE, B. S.; SILVA, M. M. da. A organização do ensino do conceito matemático de fração: o jogo como situação desencadeadora da aprendizagem. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 3, p. 32–54, 2022a. DOI: <https://10.30612/tangram.v5i3.12797>

SILVESTRE, B. S.; SILVA, M. M. da. Educação matemática e inclusão: uma meta-análise da produção em periódicos à luz da teoria histórico-cultural. **REDE – Revista Diálogos em Educação**, ISSN 2675-5742, v.3, n.1, 2022b.

SILVESTRE, B. S. **Os motivos que sustentam escolhas dos futuros professores para organização do ensino de Matemática na formação inicial**. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2022. 263 f.

VIGOTSKI, S. L. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

Recebido: 15 de junho de 2023

Aceito: 18 de agosto de 2023